

Analyse de la vidéo

Chapitre 2.1 - Estimation du mouvement

Dernière rév.:
13 janvier 2015

Plan de chapitre

- 1 Définition générale du flux optique
 - Estimation du mouvement
 - Équation du flux optique
 - Problème d'ouverture
 - Catégorisation des algorithmes d'estimation du mouvement
- 2 Estimation du flux optique - Intensité
 - Lucas et Kanade
 - Variante de Lucas et Kanade - Raffinement itératif
 - Horn et Schunck
 - Variante de Horn et Schunck - Raffinement du lissage

Estimation du mouvement

Mouvement apparent

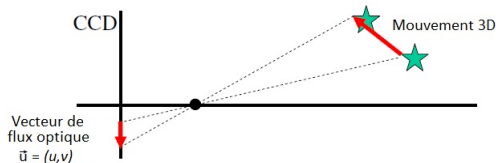
En étudiant le mouvement observé 2D, on tente d'**interpréter** le mouvement 3D réel ou l'action associée à ce mouvement 3D de la scène :

- Comment la caméra a-t-elle bougé ?
- Combien y a-t-il d'objets ?
- À quelle vitesse allaient-ils ?
- Reconnait-on une action dans le mouvement (marcher, courir, saluer, ...) ?
- ...

Estimation du mouvement

Définition du flux optique

- **Champs de mouvement 3D (*Motion field*)** : Ensemble des mouvements 3D réels.
- **Flux optique** : Projection de l'ensemble des mouvements 3D dans un plan 2D.

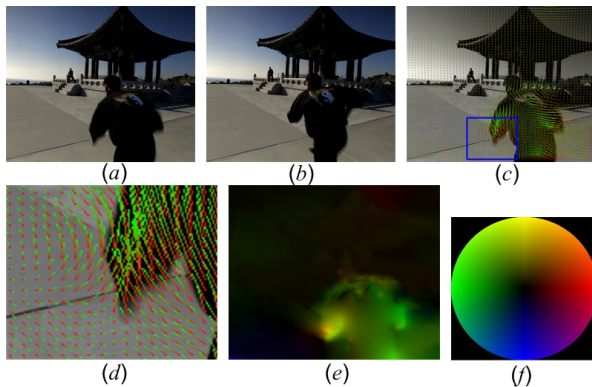


Mouvement apparent VS Mouvement 3D

Mouvement apparent \iff Flux optique

Estimation du mouvement

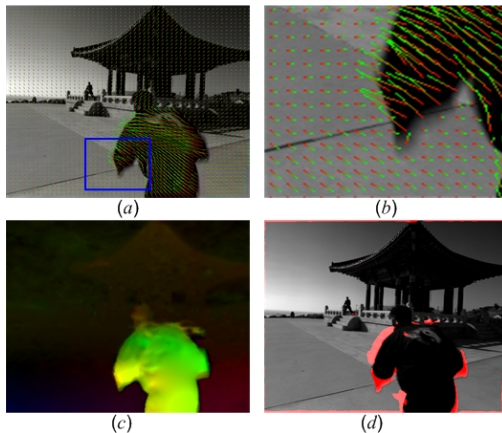
Exemple d'application : Segmentation de mouvement



Exemple de flux optique (sans gestion de l'occlusion)

Estimation du mouvement

Exemple d'application : Segmentation de mouvement



Exemple de flux optique avec représentation en flèche (avec gestion de l'occlusion)

Estimation du mouvement

Le flux optique peut être le résultat :

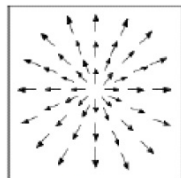
- d'un mouvement d'objets et/ou de la caméra ;
- d'un changement d'illumination ou d'apparence des objets ;
- d'un changement de paramètres intrinsèques de la caméra (e.g. distance focale, ouverture, etc.).

On le représente par des vecteurs (*arrows*) ou un code de couleur selon l'intensité et la direction du mouvement (*colormap*)

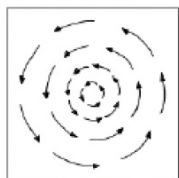
Flux optique

Mouvements de caméra

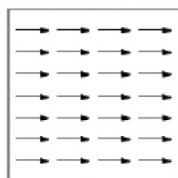
Différents flux optiques dû aux mouvements de caméra :



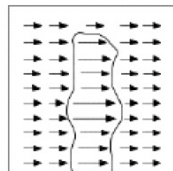
Zoom



Rotation



Translation
(sans perspective)

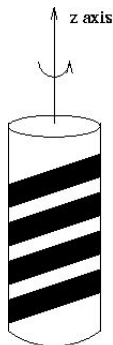


Translation
(objet proche/loin)

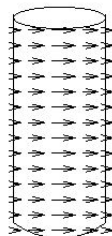
Flux optique

Texture

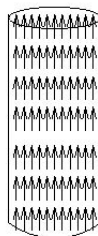
La texture a aussi un effet sur le flux optique par rapport aux mouvements 2D projetés :



Barber's pole



Motion field

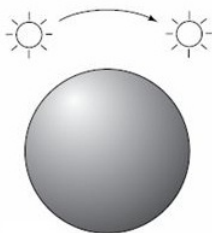


Optical flow

Flux optique

Illumination

On a vu aussi que l'illumination influence le mouvement estimé :



Le mouvement perçu dépend donc aussi du type de surface des objets et de l'illumination de la scène.

Flux optique

But

BUT :

Estimer, pour chaque pixel, un vecteur de déplacement $\vec{V} = (v_x, v_y)$ exprimant :

- La vitesse de déplacement d'un pixel dans le repère de l'image ;
- La direction vers laquelle le pixel se déplace.

Flux optique

Définition du problème

MÉTHODE :

Supposons une **illumination constante** pour un point dans le temps et que **les propriétés d'illumination de l'objet sont conservées entre t et $t + d_t$** , on aura alors :

$$I(x + d_x, y + d_y, t + d_t) = I(x, y, t) \quad (1)$$

En supposant que le **mouvement est petit**, on peut utiliser les série de Taylor pour développer le terme de gauche :

$$I(x + d_x, y + d_y, t + d_t) \simeq I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x} d_x + \frac{\partial I}{\partial y} d_y + \frac{\partial I}{\partial t} d_t + TOS \quad (2)$$

Flux optique

Définition du problème

On peut alors simplifier l'Eq.1 en remplaçant le terme de gauche avec l'Eq.2 :

$$\begin{aligned}
 I(x, y, t) &\simeq I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x} dx + \frac{\partial I}{\partial y} dy + \frac{\partial I}{\partial t} dt \\
 0 &\simeq \frac{\partial I}{\partial x} dx + \frac{\partial I}{\partial y} dy + \frac{\partial I}{\partial t} dt \\
 0 &\simeq \frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial I}{\partial t} \frac{dt}{dt} \\
 0 &\simeq \frac{\partial I}{\partial x} v_x + \frac{\partial I}{\partial y} v_y + \frac{\partial I}{\partial t} \\
 -\frac{\partial I}{\partial t} &\simeq \frac{\partial I}{\partial x} v_x + \frac{\partial I}{\partial y} v_y
 \end{aligned} \tag{3}$$

Flux optique

Problème du flux optique

En posant l'expression de la vitesse du mouvement $\vec{V} = (v_x, v_y)$ et $\vec{\nabla}I(x, y)$ le gradient de l'image au point (x, y) , avec les dérivées partielles de l'image (I_x, I_y, I_t) :

$$\begin{aligned} (I_x v_x + I_y v_y) &= -I_t \\ \vec{\nabla}I(x, y) \cdot \vec{V} &= -I_t \end{aligned} \quad (4)$$

L'équation ci-dessus (Eq.4) est appelée **équation du flux optique**. Cette équation a deux variables (v_x et v_y) et admet donc une infinité de solution.

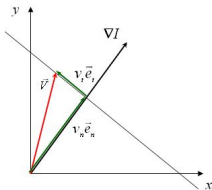
Flux optique

Problème d'ouverture

Exprimons géographiquement le problème des deux inconnus (v_x, v_y) de l'équation du flux optique (Eq.4) pour un pixel $I(x, y)$:

Soit la base orthonormée (\vec{e}_n, \vec{e}_t) , où \vec{e}_n est parallèle au gradient de l'image $\vec{\nabla}I(x, y)$.

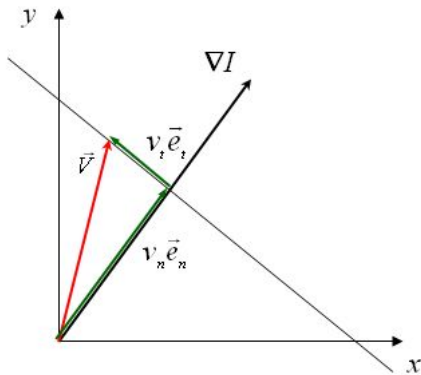
En exprimant le vecteur de vitesse \vec{V} dans cette base, on aura alors $\vec{V} = v_n \vec{e}_n + v_t \vec{e}_t$.



Flot optique

Problème d'ouverture

On peut exprimer le problème d'une équation, deux inconnus ($\vec{V} = (V_x, V_y)$) en effectuant un changement de base orthonormé (\vec{e}_n, \vec{e}_t), où ($\vec{e}_n \parallel \nabla I(x, y)$) et ($\vec{e}_n \perp \vec{e}_t$), on aura alors $\vec{V} = v_n \vec{e}_n + v_t \vec{e}_t$.



Flot optique

Problème d'ouverture

En remplaçant la valeur de \vec{V} dans Eq. (4), on aura :

$$\begin{aligned} & \nabla I(x, y) \cdot [v_n \vec{e}_n + v_t \vec{e}_t] + I_t = 0 \\ \Rightarrow & v_n \|\nabla I(x, y)\| + I_t = 0 \\ \Rightarrow & v_n = \frac{I_t}{\|\nabla I(x, y)\|} \end{aligned} \quad (5)$$

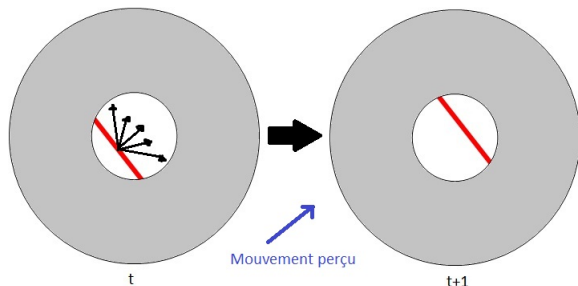
On a démontré que pour un point (x, y) , on peut résoudre l'équation du flux optique pour la composante v_n , parallèle au gradient de l'image. Cependant, la composante v_t peut avoir une infinité de valeurs (une droite dans le plan) satisfaisant Eq. (5).

Flux optique

Problème d'ouverture

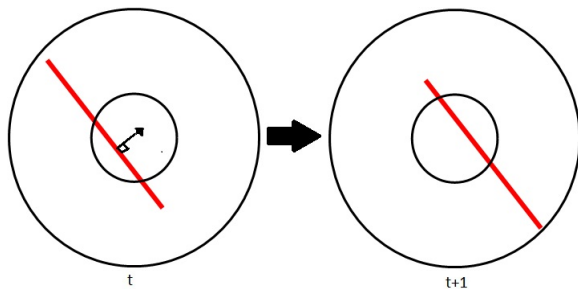
Pour un point (x, y) , on connaît la composante v_n , parallèle au gradient de l'image. Cependant, la composante v_t peut avoir une infinité de valeurs qui satisfont Eq. (4).

C'est ce qu'on appelle le **problème d'ouverture** :



Flux optique

Problème d'ouverture



On connaît toujours la valeur de la composante dans le sens du gradient $\vec{\nabla} I(x, y)$, mais sans une vue globale de la scène, on ne peut connaître la valeur dans le sens parallèle.

Flux optique

Résumé du problème de la détermination du flux optique

Ce qui peut fausser la détermination du flux optique à un point (x, y) :

- 1 Un mouvement non-léger (Le développement de Taylor n'est pas valide) ;
- 2 Le mouvement du point n'est pas comparable aux points au voisinage ;
- 3 Une illumination non-constante ;
- 4 Aliasing.

Les algorithmes de calcul du flux optique chercheront donc à résoudre le problème d'ouverture en ces différentes problématiques.

Estimation du flux optique

Résumé des différentes approches

Différentes approches pour la résolution du flux optique :

① Approche par intensité :

- Méthodes basées sur un terme de régularisation ;
- Méthodes basées sur les équations à régression linéaire (ERL).

② Approche par primitive d'intensité :

- Méthodes basées sur l'association de blocs, patches, ... ;
- Méthodes hiérarchiques ;
- Méthodes basées sur le maillage.

Plan de chapitre

- 1 Définition générale du flux optique
 - Estimation du mouvement
 - Équation du flux optique
 - Problème d'ouverture
 - Catégorisation des algorithmes d'estimation du mouvement
- 2 Estimation du flux optique - Intensité
 - Lucas et Kanade
 - Variante de Lucas et Kanade - Raffinement itératif
 - Horn et Schunck
 - Variante de Horn et Schunck - Raffinement du lissage

Lucas et Kanade

Approche par intensité - Équation à régression linéaire

La méthode de **Lucas-Kanade 1984** est une méthode déterministe d'intensité basée sur une équation à régression linéaire.

C'est une méthode locale : elle ne peut pas fournir le flux à l'intérieur d'une région uniforme

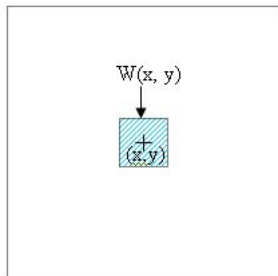
On suppose :

- 1 Petits mouvements ;
- 2 Illumination constante ;
- 3 Mouvements constants dans un voisinage près (avec un facteur de lissage).

Lucas et Kanade

Approche par intensité - Équation à régression linéaire

Supposons que $W(n)$ est une fenêtre centrée sur le pixel $n = (x, y)$



et soit $G(n)$ un noyau gaussien pondérant les pixels de la fenêtre $W(n)$ par la distance par rapport à n

Approche ERL d'intensité

Lucas et Kanade

L'estimation du vecteur de mouvement $\vec{V}(n) = (v_x(n), v_y(n))^T$ pour le pixel $n = (x, y)$ revient alors à minimiser l'équation du flux optique à l'aide des moindres-carrés (fonction de coût "E") :

$$\begin{aligned} E(\vec{V}(n)) &= \sum_{(n_i) \in W(n)} [G(n_i)I_x(n_i) * v_x(n_i) + G(n_i)I_y(n_i) * v_y(n_i) + I_t(n_i)]^2 \\ &= \sum_{(n_i) \in W(n)} [G(n_i)\nabla I(n_i) \cdot \vec{V} + I_t(n_i)]^2 \end{aligned}$$

On cherche à minimiser l'énergie E , donc à résoudre $\frac{\partial E(\vec{V})}{\partial \vec{V}} = \mathbf{0}$, donnée par :

$$\frac{\partial E(\vec{V}(n))}{\partial \vec{V}} = \sum_{(n_i) \in W(n)} \nabla I^T(n) G(n_i) \cdot [G(n_i)\nabla I(n_i) \cdot \vec{V} + I_t(n_i)] = \mathbf{0}$$

Approche ERL d'intensité

Lucas et Kanade

On peut représenter l'équation sous forme matricielle ; Soient $\mathbf{W}_{N \times N}$, $\mathbf{B}_{N \times 1}$ et $\mathbf{A}_{N \times 2}$ des matrices définies comme suit :

- $\mathbf{W} = \text{diag}[W(x_1, y_1), \dots, W(x_N, y_N)]^T \rightarrow \text{Pondération gaussienne}$
- $\mathbf{B} = [I_t(x_1, y_1), \dots, I_t(x_N, y_N)]^T \rightarrow I_t$
- $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} I_x(x_1, y_1), \dots, I_x(x_N, y_N) \\ I_y(x_1, y_1), \dots, I_y(x_N, y_N) \end{bmatrix}^T \rightarrow \text{Wgradient}$

Approche ERL d'intensité

Lucas et Kanade

On peut alors réécrire Eq. (6) comme suit :

$$\begin{aligned}\mathbf{A}^T \mathbf{W}^T [\mathbf{W} \mathbf{A} \vec{V} + \mathbf{B}] &= \mathbf{0} \\ \Rightarrow \mathbf{A}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \mathbf{A} \vec{V} &= -\mathbf{A}^T \mathbf{W}^T \mathbf{B}\end{aligned}$$

Aans le cas où $\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A}$ n'est pas singulière, on peut calculer le vecteur de mouvement de manière déterministe par :

$$\vec{V} = -[\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{B}$$

Approche ERL d'intensité

Lucas et Kanade

$$\vec{V} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W}^2 \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \mathbf{W}^T \mathbf{b}$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum W^2 I_x^2 & \sum W^2 I_x I_y \\ \sum W^2 I_y I_x & \sum W^2 I_y^2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -\sum W I_x I_t \\ -\sum W I_y I_t \end{bmatrix} \quad (6)$$

Il faut que $\mathbf{A}^T \mathbf{W}^2 \mathbf{A}$ soit inversible (i.e. aucune valeurs propres nulles). Cette matrice est défini comme étant le tenseur spatial du voxel n

Cas problématiques où le problème d'ouverture est toujours présent :

- 1 I_x et/ou I_y sont nulles \rightarrow Surface homogène
- 2 Les gradients non-nuls sont parallèles \rightarrow Bord

Lucas et Kanade

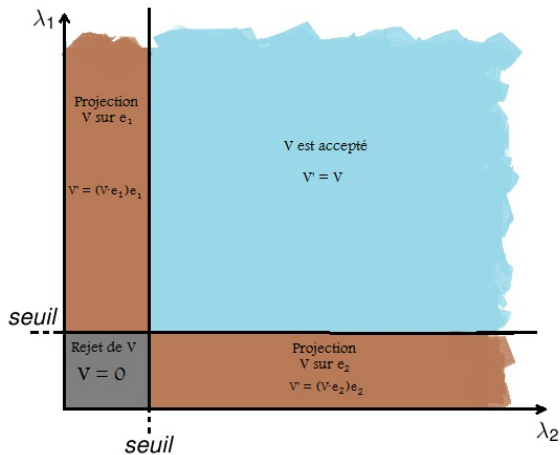
Valeurs propres

Une décomposition de $\mathbf{A}^T \mathbf{W}^2 \mathbf{A}$ en valeurs propres ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq 0$) et leurs vecteurs propres unitaires (\vec{e}_1 et \vec{e}_2) nous permettent d'évaluer le résultat obtenu :

- 1 **Si λ_1 et $\lambda_2 \leq \text{seuil}$**
 - Zone homogène ;
 - Résultat inacceptable, on considère que $\vec{V} = 0$.
- 2 **Si λ_1 et $\lambda_2 > \text{seuil}$**
 - Zone texturée ;
 - Résultat acceptable !
- 3 **Si $\lambda_2 > \text{seuil}$, mais $\lambda_1 \leq \text{seuil}$**
 - Contour (bord), où les gradients avoisinants vont tous dans la même direction ;
 - On peut projeter \vec{V} sur \vec{e}_2 pour garder une direction moyennée.

Lucas et Kanade

Valeurs propres



Lucas et Kanade

Algorithme de Lucas-Kanade

Entrées: $n, T, I(t), I(t+1)$: Grandeur de la fenêtre n , seuil T et images aux temps t et $t+1$

Sorties: M_v : Matrice des vecteurs de vitesse

$I_x \leftarrow$ Dérivée en x de $I(t)$;
 $I_y \leftarrow$ Dérivée en y de $I(t)$;
 $I_t \leftarrow$ Dérivée en t utilisant $I(t)$ et $I(t+1)$;
 $G \leftarrow$ Noyau gaussien de grandeur n ;

pour *Tous les pixel* (x, y) de I_t **faire**

$A \leftarrow$ Matrice $n \times 2$ des pixels (n) de $I_x(n)$ et $I_y(n)$ faisant parti de la fenêtre W de taille n entourant (x, y) ;

$b \leftarrow$ Matrice $n \times 1$ des $I(n, t)$ de W ;

$e_{1,2}, \lambda_{1,2} \leftarrow$ Décomposition en vecteurs et valeurs propres de $A^T G^2 A$ (triées);

si λ_1 et $\lambda_2 \leq T$ **alors**

$M_v(x, y) \leftarrow (A^T G^2 A)^{-1} A^T b$;

fin

sinon si $\lambda_1 \leq T$ et $\lambda_2 > T$ **alors**

$M_v(x, y) \leftarrow (((A^T G^2 A)^{-1} A^T b) \cdot e_2) e_2$;

fin

sinon

$M_v(x, y) \leftarrow 0$;

fin

fin

Variante de Lucas et Kanade

Raffinement itératif de L-K

La méthode de Lukas et Kanade suppose :

- 1 Petits mouvements ;
- 2 Illumination constante dans le temps ;
- 3 **Mouvements constants dans un voisinage près (si on n'utilise pas de pondération).**

On peut améliorer la technique en ajoutant un terme *a priori* du bruit de l'image. On utilise maintenant une version itératif basé sur la multi-résolution (Chapitre 2.2).

Horn et Schunck

Approche par intensité avec terme de régularisation

La méthode de **Horn et Schunck 1981** propose de régler le problème d'ouverture par une contrainte de lissage. Nous émettons donc les hypothèses suivantes :

- Petits déplacements ;
- Illumination constante ;
- Les déplacements dans un même voisinage sont similaires (contrainte de lissage).

Contrairement à L-K, H-S est une résolution **globale** du problème du flux optique, car la contrainte de lissage s'applique à toute l'image. Mais nous la simplifions avec une approche locale.

Horn et Schunck

Approche par intensité avec terme de régularisation

Introduction d'un **terme de régularité de lissage global des vecteurs de vitesse**, contrôlé par λ .

La problématique s'exprime par une fonction d'énergie globale à minimiser :

$$\begin{aligned}
 E^2(\vec{V}) &= \int_{\vec{V}} \left(\vec{\nabla} I(x, y) \cdot \vec{V} + I_t \right)^2 + \lambda^2 \left[\left(\frac{\delta v_x}{\delta x} \right) + \left(\frac{\delta v_x}{\delta y} \right) + \left(\frac{\delta v_y}{\delta x} \right) + \left(\frac{\delta v_y}{\delta y} \right) \right] & d_x d_y \\
 &= \int_{\vec{V}} \left(\vec{\nabla} I(x, y) \cdot \vec{V} + I_t \right)^2 + \lambda^2 \left[|\vec{\nabla} V_x|^2 + |\vec{\nabla} V_y|^2 + \right] & d_x d_y \\
 &= \int_{\vec{V}} \text{Cst. illumination} + \text{Terme de lissage} & d_x d_y
 \end{aligned}$$

Horn et Schunck

Approche par intensité avec terme de régularisation

À l'aide des équations d'*Euler-lagrange*, on arrive à l'expression suivante :

$$\frac{\partial E}{\partial x} = I_x (I_x * v_x + I_y * v_y + I_t)^2 - \lambda^2 \Delta v_x = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial y} = I_y (I_x * v_x + I_y * v_y + I_t)^2 - \lambda^2 \Delta v_y = 0$$

Où Δ représente l'opérateur de Lagrange.

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Horn et Schunck

Approche par intensité avec terme de régularisation

On peut approximer numériquement l'opérateur de Lagrange en supposant les déplacements des vecteurs voisins similaires au vecteur courant.

$$\Delta v_x = \bar{v}_x - v_x$$

$$\Delta v_y = \bar{v}_y - v_y$$

Où \bar{v}_n est la moyenne pondérée du mouvement v_n autour du vecteur v_n .

Horn et Schunck

Approche par intensité avec terme de régularisation

Les équations deviennent donc :

$$I_x (I_x * v_x + I_y * v_y + I_t)^2 + \lambda^2 (\bar{v}_x + v_x) = 0$$
$$I_y (I_x * v_x + I_y * v_y + I_t)^2 + \lambda^2 (\bar{v}_y + v_y) = 0$$

On retrouve alors deux équations, deux inconnus (v_x , v_y).

Quel est le rôle de *lambda* ?

Horn et Schunck

Approche par intensité avec terme de régularisation

Une méthode itérative comme Gauss-Seidel nous permet d'obtenir une solution :

$$\begin{aligned}v_x^{(k+1)} &= \bar{v}_x^{(k)} - \frac{l_x (l_x \bar{v}_x^{(k)} + l_y \bar{v}_y^{(k)} + I_t)}{\lambda^2 + (l_x)^2 + (l_y)^2} \\v_y^{(k+1)} &= \bar{v}_y^{(k)} - \frac{l_y (l_x \bar{v}_x^{(k)} + l_y \bar{v}_y^{(k)} + I_t)}{\lambda^2 + (l_x)^2 + (l_y)^2}\end{aligned}\tag{8}$$

Horn et Schunck

Terme de régularisation

Comment détermine-t-on λ ?

λ contrôle l'emphase accordée au voisinage. Un λ élevé :

- Augmente l'ouverture, permettant une meilleure résolution de la **direction** du flux optique ;
- Entraîne une perte de précision sur l'**amplitude** du vecteur de déplacement.

Horn et Schunck

Algorithme de la méthode Horn et Schunck

Entrées: $nblter, \lambda^2, I(t), I(t+1)$: Nb d'itérations $nblter$, facteur de lissage λ^2 et images aux temps t et $t+1$

Sorties: M_v : Matrice des vecteurs de vitesse

$I_x \leftarrow$ Dérivée en x de $I(t)$;

$I_y \leftarrow$ Dérivée en y de $I(t)$;

$I_t \leftarrow$ Dérivée en t utilisant $I(t)$ et $I(t+1)$;

$V_x, V_y, \bar{V}_x, \bar{V}_y \leftarrow$ Images à 0 ;

$k \leftarrow 0$;

répéter

$\bar{V}_x, \bar{V}_y \leftarrow$ Calcul des vitesses moyennées en utilisant V_x et V_y pour tous les pixels (x, y) ;

$V_x, V_y \leftarrow$ Calcul des vitesses V_x^{k+1} et V_y^{k+1} pour tous les pixels (x, y) (Eq.8) ;

jusqu'à $k < nblter$;

$M_v \leftarrow V_x, V_y$;

Variante de Horn et Schunck

Ajout d'un pré-lissage globale

Pour **améliorer l'approximation des dérivées partielles** et **diminuer la sensibilité au bruit**, on peut appliquer un filtre gaussien aux images avant de calculer leurs dérivées partielles :

$$E(\vec{V}) = \int_{\vec{V}} \mathbf{G} \cdot \left(\vec{\nabla} I(x, y) \cdot \vec{V} + I_t \right)^2 + \lambda^2 \left[|\vec{\nabla} V_x|^2 + |\vec{\nabla} V_y|^2 + \right] dx dy \quad (9)$$

Variante de Horn et Schunck

Raffinement de la fonction de lissage

Au lieu d'une constante de lissage λ^2 , on utilise une **fonction de pondération** basée sur le gradient.

Si le gradient est élevé (bord), on réduit l'apport du voisinage en attribuant une faible pondération afin de **réduire l'effet de discontinuité de la vitesse** et ainsi **gagner de la précision** en **réduisant la contrainte de voisinage**.

$$E(\vec{V}) = \int_{\vec{V}} \left(\vec{\nabla} I(x, y) \cdot \vec{V} + I_t \right)^2 + \mathbf{W}(|\vec{\nabla} \mathbf{I}(\mathbf{x}, \mathbf{y})|) \left[|\vec{\nabla} V_x|^2 + |\vec{\nabla} V_y|^2 + \right] dx dy \quad (10)$$

Approche d'intensité

Résumé des méthodes de base

Horn-Schunck :

- Petits mouvements ;
- Illumination constante ;
- Déplacements similaires dans un voisinage immédiat ;
- Itératif, basé sur un terme de régularisation.

Variante : Raffinement du lissage

- Lissage avant le calcul des dérivées partielles :
 - Dérivées partielles plus "fidèles" ;
 - Moins sensible au bruit.
- Fonction du lissage :
 - Fonction pondérée selon la norme du gradient ;
 - Moins sensible à la contrainte de voisinage.

Lucas-Kanade :

- Petits mouvements ;
- Illumination constante ;
- Déplacements similaires dans un voisinage immédiat ;
- Déterministe, basé sur les équations à régression linéaire.

Variante : Raffinement itératif

- Évolution à un processus itératif :
 - Moins sensible à la contrainte de voisinage ;
 - Moins sensible au bruit.

Approche d'intensité

Variantes

Il existe plusieurs variantes de Horn-Schunck et Lucas-Kanade, combinant aussi des méthodes du chapitre suivant.

Comme par exemple, dans Opencv :

- **Brox (2004)** : http://lmb.informatik.uni-freiburg.de/Publications/2004/Bro04a/brox_eccv04_of.pdf
- **Farneback (2002)** :
<http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:273847/FULLTEXT01.pdf>