IMN430

Chapitre 2
Techniques de base en visualisation
Partie 3: Données vectorielles

Olivier Godin & Michaël Bernier

Université de Sherbrooke

24 janvier 2017

Plan de la présentation

Introduction

Introduction

Dans ce chapitre-ci, on s'attarde aux méthodes de base permettant d'**exprimer les données sous forme visuelle**.

Tel que mentionné dans le chapitre d'introduction, les **algorithmes de mappage** qui mettent en correspondance des données avec des primitives graphiques sont au coeur de la visualisation.

Ces algorithmes seront catégorisés **selon le type de donnée qu'ils prennent en entrée.**

Introduction

Ici, une attention toute particulière sera portée aux algorithmes de mappage de **données scalaires**.

Par la suite, une introduction aux représentations de **données vectorielles** sera aussi présentée, mais ce sujet sera approfondi au chapitre 5.

Visualisation de données vectorielles

Divergence et vorticité

Généralités

En visualisation, on rencontre souvent des données vectorielles. Un vecteur $\mathbf{v}$ est simplement un **tuple composé de n scalaires** :

$$\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n), \qquad v_i \in \mathbb{R}.$$

Un vecteur peut représenter, par exemple, une **position**, une **direction** ou une **force** dans $\mathbb{R}^n$.

Généralités

Dans les algorithmes de visualisation, on considère souvent que **les vecteurs possèdent trois composantes**.

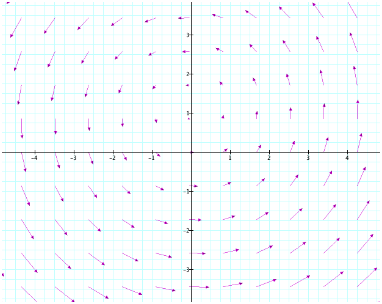
- Si les données comportent **plus de trois dimensions**, on applique une technique de réduction de la dimension pour les ramener à trois.
- Si les données comportent **moins de trois dimensions**, il suffit de mettre les composantes superflues égales à zéro.

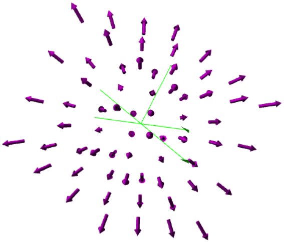
Généralités

Un champ vectoriel est une fonction $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}^3$ où $\mathcal{D}$ est un sous-ensemble de $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$. Un ensemble de données vectorielles est obtenu par **échantillonnage d'un champ vectoriel** sur un domaine discret.

Dans cette section, on propose une introduction à la visualisation de données vectorielles. Des techniques plus avancées seront abordées au chapitre 5.

Généralités





Divergence

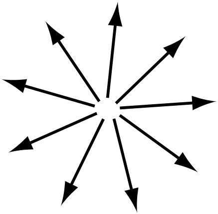
Soit un champ vectoriel $\mathbf{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$. La **divergence** associée à $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ correspond à la donnée scalaire

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}.$$

La divergence représente **la densité du flux sortant d'un point** dans un champ vectoriel.

Divergence

Une **divergence positive** en un point *p* indique que le flux quitte le point *p*.

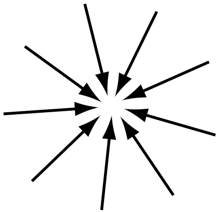


[3]

Les points présentant une divergence positive sont appelés **sources**.

Divergence

Une **divergence négative** en un point *p* indique que le flux est absorbé par le point *p*.

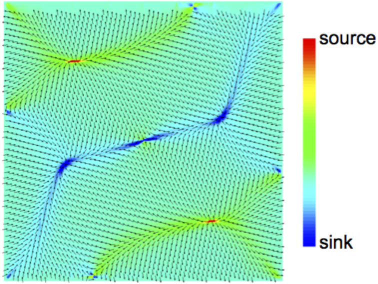


[3]

Les points présentant une divergence négative sont appelés **puits**.

Divergence

Dans la figure suivante, on superpose un **champ vectoriel** (flèches) et sa **divergence** (code de couleurs).

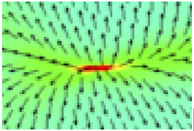


[3]

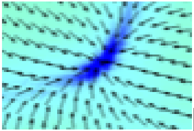
Que remarque-t-on ?

Divergence

Les **sources** (divergence positive) sont identifiées par la couleur rouge. On en discerne deux et on remarque que **le flux émerge de ces régions**.


[3]

Les **puits** (divergence négative) sont associés à la couleur bleue. On remarque facilement que **ces secteurs absorbent le flux**.


[3]

Vorticité

Soit un champ vectoriel $\mathbf{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$. La **vorticité** associée à $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ correspond à la donnée vectorielle

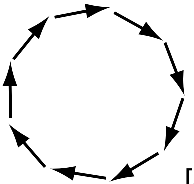
$$\operatorname{rot}\mathbf{v} = \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}, \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}, \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right).$$

La vorticité $\operatorname{rot}\mathbf{v}$ est un champ vectoriel qui est localement perpendiculaire au plan de rotation de $\mathbf{v}$ et dont l'amplitude représente **la vitesse angulaire de rotation** de $\mathbf{v}$ autour de $\operatorname{rot}\mathbf{v}$.

Vorticité

Ainsi, le vecteur de vorticité donne l'information sur **la vitesse et la direction de rotation** d'un champ vectoriel, à chaque point de celui-ci.

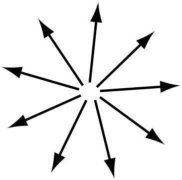
Les secteurs présentant une forte vorticité sont appelés **vortex.** Un vortex est une région où le champ vectoriel tourne localement autour d'un point.

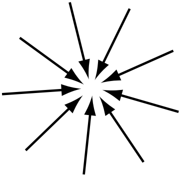


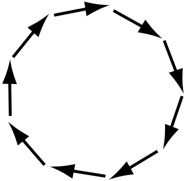
[3]

Vorticité

Les notions de divergence et de vorticité sont **complémentaires.**





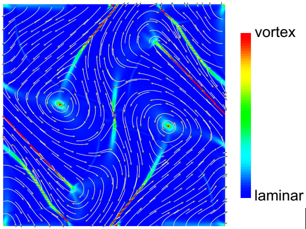


Divergence élevée
Vorticité nulle

Divergence nulle
Vorticité élevée

Vorticité

La figure suivante superpose un **champ vectoriel** (flèches) et l'amplitude de la **vorticité** (code de couleurs).



[3]

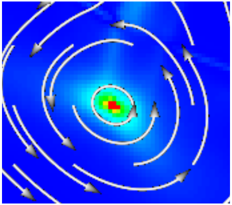
Les régions en **rouge** sont associées à **de fortes valeurs de vorticité**, tandis que celles en **bleu** présentent **peu ou pas de rotation.**

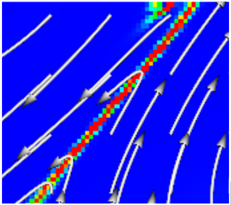
Vorticité

On aperçoit deux types de régions ayant une forte vorticité :

- les **petits points rouges**, qui représentent **les vortex** (on le constate en voyant le comportement du champ vectoriel).
- les **longues bandes rouges**, qui indiquent **les endroits où le champ vectoriel change brusquement de direction.**

Vorticité



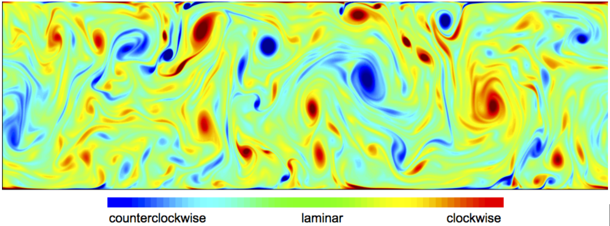


[3]

Les bandes rouges ne sont pas des vortex, mais plutôt des **lignes de séparation entre des régions** où les vecteurs vont dans des directions opposées.

Vorticité

La figure suivante propose un autre code de couleurs pour visualiser la vorticité. L'information véhiculée concerne cette fois-ci **la direction de rotation**.



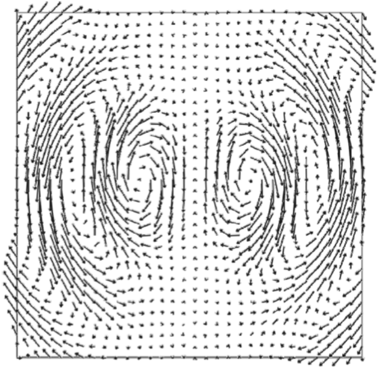
[3]

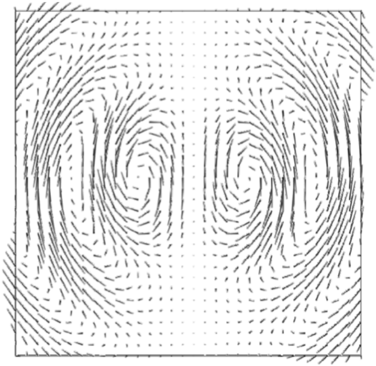
C'est donc tout le contraire du code de couleurs précédent qui ne s'intéressait qu'à la vitesse et non la direction de rotation.

Flèches et glyphes

Glyphes et vecteurs

La représentation d'un champ vectoriel avec des glyphes est **la plus simple et la plus populaire** des techniques de visualisation pour ce type de données.





[5]

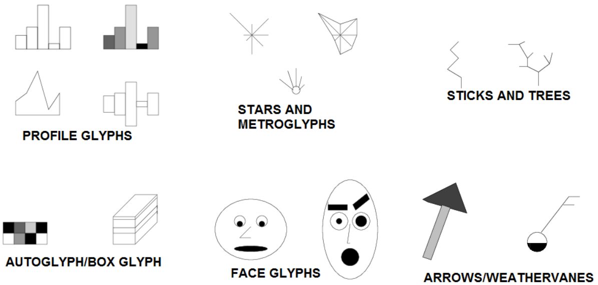
Glyphes et vecteurs

Cette technique associe un glype (une représentation visuelle) **avec chaque élément de l'ensemble de données vectorielles.**

Les propriétés visuelles du glyphe seront définies par la valeur du vecteur à représenter. Celui-ci pourra influencer la **position**, la **taille**, la **couleur** et l'**orientation** du glyphe.

Glyphes et vecteurs

Un compromis devra souvent être souvent être fait entre **la densité des glypes** et **le nombre d'atributs** à lui faire représenter : on doit réserver plus d'espace pour des glyphes plus complexes.



[4]

Vecteurs et hérissons

Le glyphe le plus simple est **la ligne**, qui permet d'illustrer la **position**, l'**orientation** et l'**amplitude** d'un ensemble de vecteurs.

Pour un ensemble de données vectorielles **définies sur un domaine discret** $\mathcal{D}$, on associe la ligne

$$\ell = x \rightarrow x + k\mathbf{v}(x)$$

pour chaque point $x \in \mathcal{D}$ possédant un vecteur $\mathbf{v}(x)$. Le paramètre k sert de facteur d'échelle.

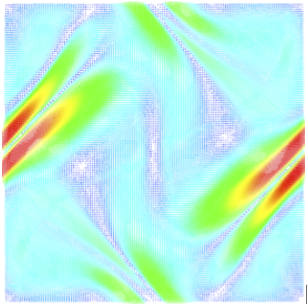
Vecteurs et hérissons

Les représentations de champ vectoriel à l'aide de lignes sont souvent appelés **diagrammes en hérisson**, ou encore *hedgehogs*.

Vecteurs et hérissons

Soit un champ vectoriel $\mathbf{v} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ discrétisé sur un ensemble $\mathcal{D}$ de 256×256 points.

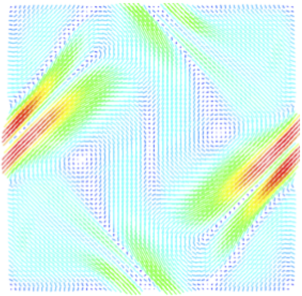
La figure suivante montre la représentation en hérisson de **v avec un sous-échantillonnage de facteur 2**.

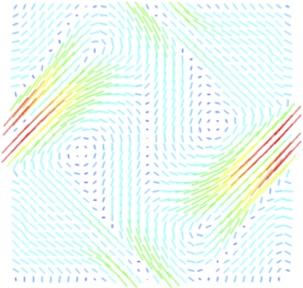


[3]

Vecteurs et hérissons

Les deux images suivantes montrent le même champ vectoriel, mais **avec un sous-échantillonnage de facteurs 4 et 8**, respectivement.





[3]

Quels sont les **avantages** et les **inconvénients** associés au sous-échantillonnage ?

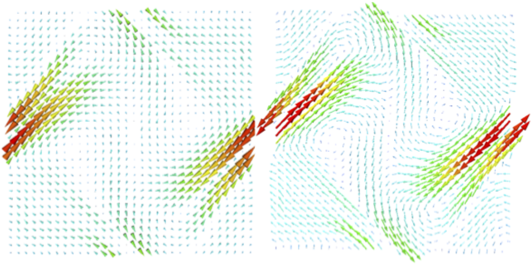
Vecteurs et hérissons

Dans ces graphiques, la longueur des lignes est **proportionnelle à l'amplitude du champ vectoriel**. La constante k est déterminée en fonction du facteur de sous-échantillonnage.

Les couleurs associées aux lignes sont aussi **définies en fonction de l'amplitude des vecteurs**. Il y a donc une redondance dans l'information.

Vecteurs et hérissons

On peut utiliser des formes plus complexes à la place des lignes. Deux choix classiques sont **les cônes** et **les flèches**.



[3]

Ceux-ci ont l'avantage de fournir l'information sur **la direction du champ vectoriel**, en plus de l'orientation de celui-ci.

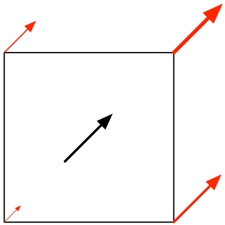
Vecteurs et hérissons

Le compromis à faire entre **le nombre d'attributs illustrés par un glyphe** et **l'espace qu'il occupe à l'écran** est une préoccupation centrale de ce mode de visualisation. Plus l'espace occupé est grand, plus le facteur de sous-échantillonnage doit être élevé.

En comparaison, l'utilisation d'un code de couleurs en visualisation de données scalaires permettait d'**associer une représentation visuelle à chaque donnée.** On dira qu'il s'agit d'une représentation **dense.**

Vecteurs et hérissons

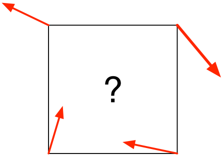
Attardons-nous aux **conséquences du sous-échantillonnage**. Pour ce faire, considérons la portion de champ vectoriel suivante.



Comme les vecteurs associés aux quatre coins de la cellule sont **très semblables**, un sous-échantillonnage n'affectera pas notre interprétation de la véritable nature du champ vectoriel.

Vecteurs et hérissons

À l'opposé, si les vecteurs originaux ont **des directions et des amplitudes différentes**, le sous-échantillonnage causera des problèmes.



Dans une telle situation, comment calcule-t-on le vecteur à afficher ? Quelle sera sa signification ?

Vecteurs et hérissons

Un sous-échantillonnage irrégulier, comparé à une grille uniforme, permet d'accentuer des propriété du champs vectoriel

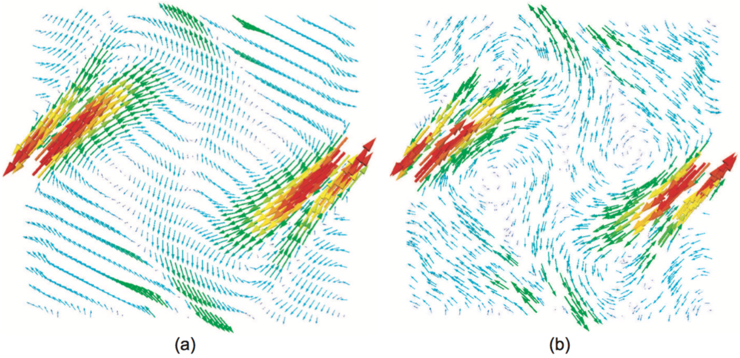
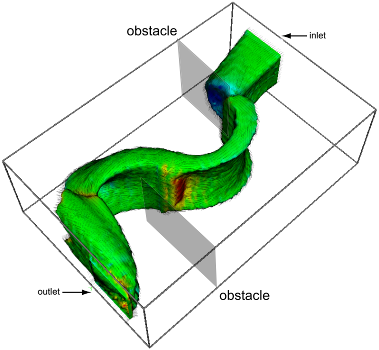


Figure 6.7. (a) Vector glyphs on a dataset regularly subsampled on a rotated sample grid. (b) Subsampling artifacts are alleviated by random sampling. Both visualization display 1200 glyphs.

Glyphes en 3D

Les glyphes permettent aussi la visualisation de champs vectoriels 3D. Considérons l'exemple d'un **écoulement d'eau dans un bassin** où sont situés deux obstacles qui dévient le parcours du liquide.



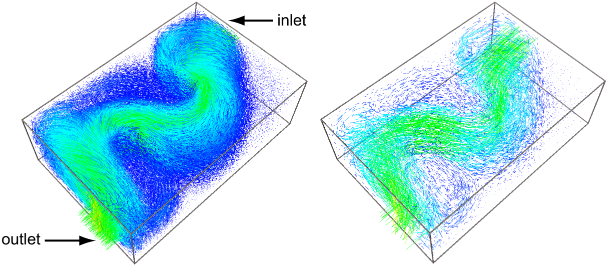
Glyphes en 3D

Le mouvement de l'eau est défini par un ensemble de $128 \times 85 \times 42$ vecteurs. **Si on illustre la totalité de ceux-ci** avec un diagramme en hérisson 3D, on s'expose, comme dans le cas 2D, à un problème de **recouvrement des glyphes**.

La solution est alors la même : **procéder à un sous-échantillonnage.**

Glyphes en 3D

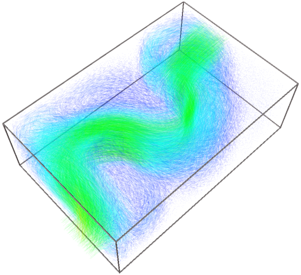
Les figures suivantes ont été obtenues en **choisissant aléatoirement 100 000 et 10 000 vecteurs** dans l'ensemble original.



Si la première présente encore de l'occlusion à cause de la trop grande densité des glyphes, la deuxième permet sans problème de **visualiser le comportement complet du liquide**.

Glyphes en 3D

On peut aussi **contourner le problème du recouvrement tout en conservant un nombe élevé de glyphes.** La solution est alors d'opter pour des glyphes ayant un certain niveau de **transparence.**



On compte ici 100 000 glyphes et **les effets de l'occultation sont grandement diminués.**

Glyphes en 3D

Une autre solution est de calculer une **isosurface** basée sur l'amplitude des vecteurs, et d'illuster les glyphes **seulement sur l'isosurface**.

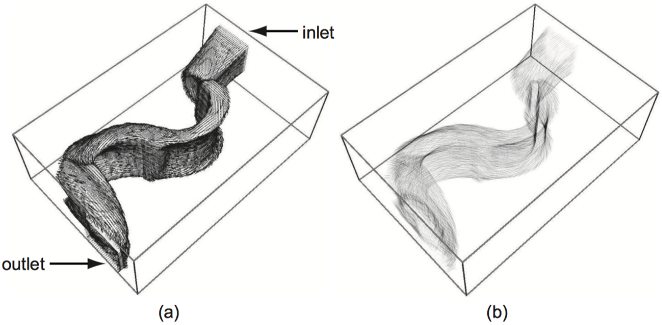


Figure 6.9. Glyph-based vector visualization on a 3D velocity isosurface.

Code de couleurs vectoriel

Champ vectoriel 2D

Il est maintenant clair que **l'utilisation de glyphes** pour illustrer un champ vectoriel **nécessite un sous-échantillonnage** (parfois important) des données originales afin d'avoir l'espace nécessaire pour afficher les glyphes.

Serait-il envisageable d'avoir une **représentation dense** pour un champ vectoriel ?

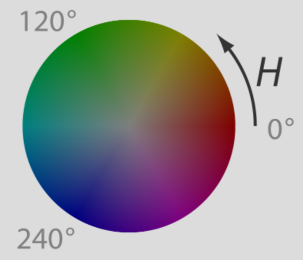
Champ vectoriel 2D

C'est ce que propose les **codes de couleurs vectoriels**. À l'image du placage de couleurs pour les données scalaires, un code de couleur vectoriel **associe une couleur à chaque point d'une surface** où est défini un champ vectoriel discrétisé.

La couleur permet d'illustrer l'**orientation**, la **direction** et l'**amplitude** des vecteurs.

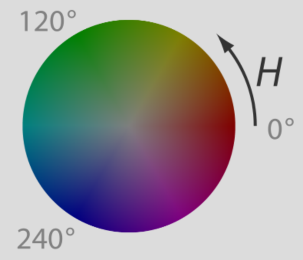
Champ vectoriel 2D

Un code de couleur vectoriel repose sur l'utilisation d'un **cercle chromatique**.



On utilisera souvent l'**espace couleur HSV**, puisqu'il se prête bien à la visualisation sous la forme d'un cercle chromatique.

Champ vectoriel 2D



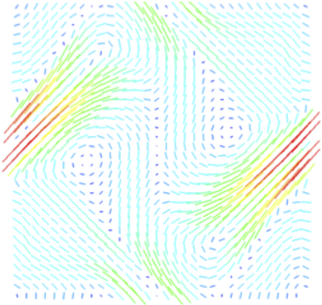
- Chaque **teinte** (*Hue*) correspond à un angle différent sur le cercle et donne ainsi l'information sur l'**orientation** et la **direction** du vecteur.
- La **saturation** représente quant à elle la distance entre le centre du cercle et une couleur, donnant ainsi l'information sur l'**amplitude** du vecteur.

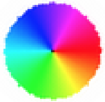
Champ vectoriel 2D

Considérons que l'on utilise **un cercle chromatique de rayon un**. La première étape pour appliquer un code de couleurs consiste à **normaliser les vecteurs** du champ vectoriel de telle sorte que le plus long soit de longueur un.

De cette façon, chaque vecteur sera représenté par la couleur vers laquelle il pointe **si on le place au centre du cercle chromatique**.

Champ vectoriel 2D





Champ vectoriel 2D

Si on n'illustre que l'orientation, l'information de saturation est alors normalisée

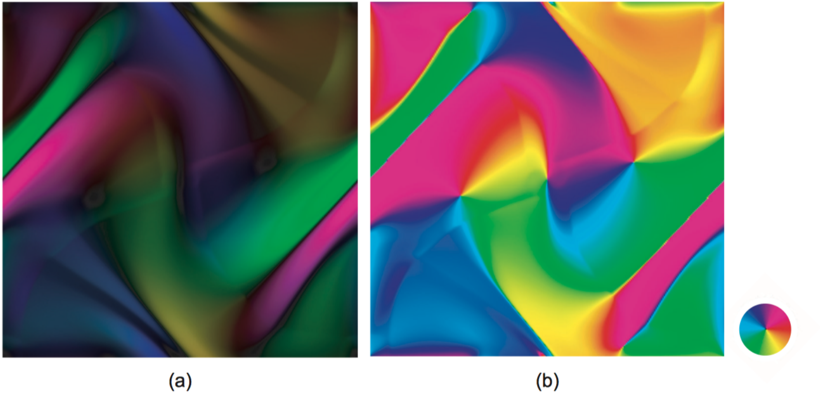


Figure 6.10. Vector color coding. (a) Orientation and magnitude. (b) Orientation only.

Champ vectoriel 2D

D'entrée de jeu, on constate que le résultat visuel ne souffre d'**aucun problème de sous-échantillonnage**, comparativement à la représentation par glyphes.

En contrepartie, cette forme d'affichage est **beaucoup moins intuitive** que le diagramme en hérisson : l'opération d'**associer les couleurs à une direction et une amplitude** est, malgré la présence d'une légende, moins évidente.

Champ vectoriel 3D

Il est aussi possible d'établir **un code de couleurs pour les champs vectoriels 3D**.

La façon la plus simple d'y arriver est de directement **convertir les composantes** v_x, v_y et v_z des vecteurs **en couleur RGB.**

Champ vectoriel 3D

Le fait de **représenter chaque direction indépendamment**, comme des données scalaires non reliées, force l'utilisateur à lui-même faire la corrélation entre trois images à niveaux de gris.

Qui plus est, l'estimation de la direction d'un vecteur simplement à partir de trois composantes R, G et B n'est pas évidente.

Références

Références I

C. D. Hansen and C. R. Johnson.
The visualization handbook, 2004.

W. Schroeder, K. Martin, and B. Lorensen.
The visualization toolkit : An object-oriented approach to 3d graphics, 2006.

A. C. Telea.
Data visualization : Principles and practice, 2008.

M. Ward, G. Grinstein, and D. Keim.
Interactive data visualization : Foundations, techniques and applications, 2010.

H. Wright.
Introduction to scientific visualization, 2007.